

Initiation à la démonstration

I- Initiation à la démonstration.

Les règles du débat mathématique.

En mathématiques, pour savoir si un énoncé est vrai ou faux, on utilise certaines règles. En voici quelques-unes :

- (1) Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux
- (2) Des exemples ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé est vrai.
- (3) Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé mathématique suffit pour prouver que cet énoncé est faux. Cet exemple est appelé un « contre-exemple ».
- (4) Une constatation ou des mesures sur un dessin ne suffisent pas pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.

Si ... alors ...

En mathématiques, on utilise souvent des énoncés de la forme « **Si** ... **alors** ».

Dans ces énoncés l'expression qui est entre « Si » et « alors » est appelé la condition de l'énoncé et l'expression qui suit « alors » est appelé la conclusion.

Example 1 :

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur,

condition

alors c'est un losange.

conclusion

Exemple 2 :

Si (c'est une poule,

condition

alors elle pond des oeufs.

conclusion

Réciproque.

On obtient la **réci-pro-que** d'un énoncé de la forme « Si ... alors » en **in-versant** conclusion et condition.

Un énoncé :

Si  alors 

Sa réciproque :

Si alors

Exemple : Les réciproque des énoncés du paragraphe 2) sont :

- Si un quadrilatère est un losange alors ses quatre côtés sont de même longueur.
- Si elle pond des œufs alors c'est une poule. (FAUX)

Attention ! Un énoncé vrai peut avoir une réciproque fausse.

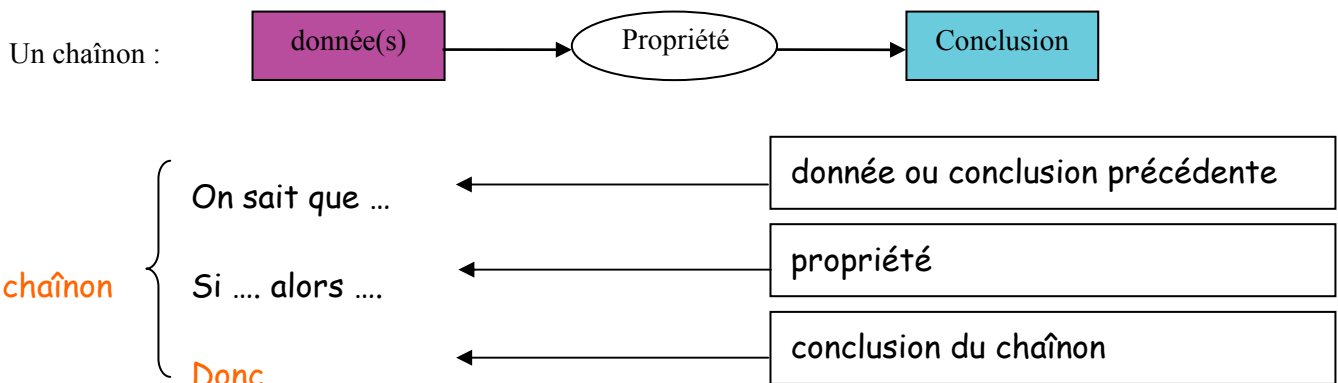
Par exemple : L'énoncé « Si un triangle est équilatéral, alors c'est un triangle isocèle. » est vrai.

Mais sa réciproque « Si un triangle est isocèle, alors c'est un triangle équilatéral. » est fausse.

En effet, un triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 2 cm et 3 cm est isocèle mais pas équilatéral.

4) **Démonstration.**

Une **démonstration** en géométrie est une succession de chaînons déductifs qui partent des données et arrivent à la conclusion.



Une démonstration utilise donc des propriétés.

Voici la liste des propriétés de géométrie à connaître en début de 4^{ème}.

Droites :

D1 : Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

D2 : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

D3 : Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Médiatrice :

M1 : Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu alors c'est la médiatrice de ce segment.

M2 : Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et passe par son milieu.

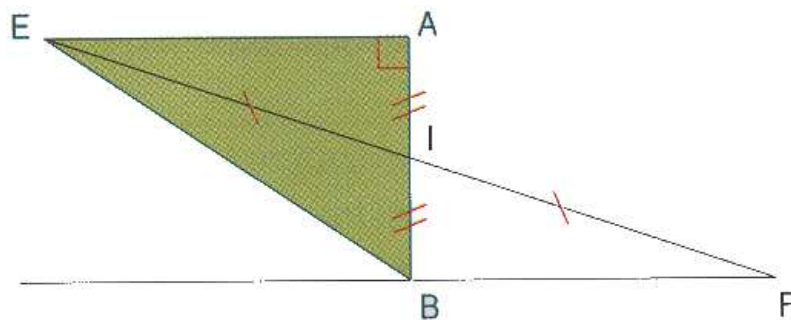
M3 : Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.

M4 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment.

Etc...

Retrouvez d'autres propriétés sur <http://urbanmathproject.free.fr/documents.php>

5) **Exemple :**



EAB est un triangle rectangle en A. Soit I le milieu de [AB] et F le symétrique de E par rapport à I.
Démontrer que (AB) est perpendiculaire à (BF).